ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಕಾಳಾವರ ಕುಂದಾಪುರ

ಉಡುಪಿ ಜಿಲ್ಲೆ

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ಗಣಿತದ ಕಲಿಕಾ ಪ್ರೇರಣಾಂಶಗಳು

2013–14

ಗಣಗಳು

- ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮ

  ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ : $A \cup B = B \cup A$

  ಗಣಗಳ ಛೇದನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ : $A \cap B = B \cap A$
- ಸಹವರ್ತನ ನಿಯಮ

  ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ : $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

  ಗಣಗಳ ಛೇದನವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ

  ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಅವುಗಳ ಛೇದನದ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

  $$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

  ಗಣಗಳ ಛೇದನವು ಅವುಗಳ ಸಂಯೋಗದ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ

  $$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
- ಡಿ–ಮಾರ್ಗನನ ನಿಯಮಗಳು

  $(A \cup B)^I = A^I \cap B^I$ ಎರಡು ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ ಗಣದ ಪೂರಕ ಗಣವು ಆ ಗಣಗಳ ಪೂರಕ ಗಣಗಳ ಛೇದನ ಗಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

  $(A \cap B)^I = A^I \cup B^I$ ಎರಡು ಗಣಗಳ ಛೇದನ ಗಣದ ಪೂರಕ ಗಣವು ಆ ಗಣಗಳ ಪೂರಕ ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ ಗಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
- $n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$
- A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಾಂಶಗಳಿಲ್ಲದ ಗಣಗಳಾದರೆ $A \cap B = \emptyset$
  - $n(A \cap B) = 0$
  - $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

ಶ್ರೇಢಿಗಳು

- ಶ್ರೇಢಿಯು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಯಮಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ವ್ಯವಸ್ಥಿತಗೊಳಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ
- ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ "T_n" ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಎಣಿಸಬಹುದಾದ ಅಥವಾ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶ್ರೇಢಿ ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗುತ್ತದೆ.
- ಎಣಿಸಲಾಗದ ಅಥವಾ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶ್ರೇಢಿ ಅಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಶ್ರೇಣಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ n ಪದಗಳ ಒಂದು ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು S_n ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ $S_n = T_1 + T_2 + T_3 + \dots\dots\dots + T_n$
- $S_n - S_{n-1} = T_n$ ಉದಾ : $S_{10} - S_9 = T_{10}$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

- ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪದ ಮತ್ತು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಶ್ರೇಢಿಯು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗುತ್ತದೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಒಂದು ಪದ ಮತ್ತು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದ್ದು ಅದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಮತ್ತು ಅದನ್ನು "d" ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :
  $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots\ldots a+(n-1)d$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ (n ನೇ ಪದ) : $T_n = a+(n-1)d$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಪದಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ "d" ಯನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಪದ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. $T_{n+1} = T_n + d$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಪದದಿಂದ "d"ಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. $T_{n-1} = T_n - d$
- $T_p = T_q + (p-q)d$ ಉದಾ : $T_{10} = T_6 + 4d$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ : $d = \frac{T_p - T_q}{p-q}$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ : $d = \frac{T_n - a}{n-1}$
- ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ"n" ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು $\sum n$ ಅಥವಾ $\sum_1^n n$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.
- $\sum n = 1+2+3+4+5+\cdots\ldots\ldots.+n$
- $\sum 100 = 1+2+3+4+5+\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots.+100$
- ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊದಲ"n" ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$ ಅಥವಾ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum 20 = \frac{20\times 21}{2} = 210$
- $\sum(n-1) = \frac{(n-1)n}{2}$
- $\sum n + \sum(n-1) = n^2$ ಉದಾ : $\sum 10 + \sum 9 = 10^2 = 100$
- $\sum n - \sum(n-1) = n$ ಉದಾ : $\sum 10 - \sum 9 = 10$
- 1 ರಿಂದ n ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ : n^2
- 1 ರಿಂದ 20 ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ : $20^2 = 400$
- a ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವಾದರೆ $a+2a+3a+\cdots\ldots\ldots\ldots+na = a\sum n$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯ ಪದ(l) ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ,ಮೊತ್ತ : $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ,ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಸರಾಸರಿಯ n ನಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ : $S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d$

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

- ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪದ ಮತ್ತು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತ ಒಂದು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಪದ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿನ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು "r" ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ : $a, ar, ar^2 \ldots\ldots\ldots\ldots.. ar^{n-1}$
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ (n ನೇ ಪದ): $T_n = ar^{n-1}$
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಪದದ ಮುಂದಿನ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಬೇಕಾದರೆ ಹಿಂದಿನ ಪದವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ "r"ನಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.$T_{n+1} = T_n \times r$
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಪದದ ಹಿಂದಿನ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಬೇಕಾದರೆ ಮುಂದಿನ ಪದವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ "r"ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. $T_{n-1} = \frac{T_n}{r}$
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $\frac{T_p}{T_q} = r^{p-q}$ ಉದಾ : $\frac{T_8}{T_4} = r^{8-4} = r^4$
- ಮೊದಲ ಪದ "a" ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ"r" ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ "n"ಪದಗಳವರೆಗಿನಮೊತ್ತ:$a)$ $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ $r < 1$ಆದಾಗ,$b)$ $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ $r > 1$ ಆದಾಗ $c)$ $S_n = na$, $r = 1$ ಆದಾಗ
- ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಅನಂತ ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ : $S_\infty = \frac{a}{1-r}$
- $S_{2n} \div S_n = r^n + 1$ ಉದಾ : $S_8 \div S_4 = r^4 + 1$

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

- ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಶ್ರೇಢಿಗೆ ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ : $\frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}, \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{1}{a+(n-1)d}$
- ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಢಿಯ"n" ನೇ ಪದ : $T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$

ಮಾಧ್ಯಗಳು

- a, A, b ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳಾದರೆ a ಮತ್ತು bಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ A ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ :$A = \frac{a+b}{2}$
- a, G, b ಗಳು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳಾದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳ ನಡುವಿನ ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ G ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ : $G = \sqrt{ab}$
- a, H, b ಗಳು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳಾದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳ ನಡುವಿನ ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ H ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ : $H = \frac{2ab}{a+b}$
- A, G ಮತ್ತು H ಗಳು a ಮತ್ತು b ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ $(A.M)$ ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ $(G.M)$ ಮತ್ತು ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ $(H.M)$ ಗಳಾದರೆ A, G ಮತ್ತು H ಗಳು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. $G = \sqrt{AH}$
- ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $A \geq G \geq H$

ಮಾತೃಕೆಗಳು (ಸಂಖ್ಯಾಯತಗಳು)

- ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಯತಾಕಾರದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಾಗುವುದು.
- ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿ "m"ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು"n" ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿ$m \times n$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

- ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ಒಂದು ಅದಿಶ ಪರಿಮಾಣ K ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಆ ಮಾತೃಕೆಯ ಪ್ರತಿ ಅಂಶವನ್ನು K ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗುವುದು.ಉದಾ : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ $2A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$
- ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದ ಮಾತೃಕೆಯು ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿನ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸುವುದರಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಮಾತೃಕೆಯಾಗಿದೆ.

  ಉದಾ : $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $A^I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$
- ದತ್ತ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು $m \times n$ ಆದಾಗ ಇದರ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು $n \times m$ ಆಗಿರುವುದು
- ದತ್ತ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು 3×2 ಆದಾಗ ಇದರ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು 2×3 ಆಗಿರುವುದು.
- $(A^I)^I = A$
- $A = A^I$ಆದರೆ A ಯು ಒಂದು ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ
- $A = -A^I$ಆದರೆ A ಯು ಒಂದು ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ
- ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮಾತೃಕೆಯ ಸ್ಥಳಾಂತರವು ಕಂಬಸಾಲು ಮಾತೃಕೆ ಆಗುವುದು.
- ಅನನ್ಯ ಮಾತೃಕೆ (ಘಟಕ ಮಾತೃಕೆ) ಯನ್ನು I ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
- ಮಾತೃಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತೃಕೆಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ಯು 2×2 ಶ್ರೇಣಿಯುಳ್ಳ ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ ಆದರೆ $b = c$ ಆಗುವುದು.
- $\begin{bmatrix} 0 & b \\ c & 0 \end{bmatrix}$ಯು 2×2 ಶ್ರೇಣಿಯುಳ್ಳ ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ ಆದರೆ $b = -c$ ಅಥವಾ $-b = c$ ಆಗುವುದು.
- $\mathbf{A}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳಾದಾಗ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು $\mathbf{A}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಗಳ ಮೊತ್ತವೆನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
- $\mathbf{A}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳಾದಾಗ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಮಾತೃಕೆಯು $\mathbf{A}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಇದನ್ನು $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
- ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕಾದರೆ ಅಥವಾ ಕಳೆಯಬೇಕಾದರೆ ಅವುಗಳ ಶ್ರೇಣಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.
- ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿವೆ.$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
- ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿಲ್ಲ. $\mathbf{A} - \mathbf{B} \neq \mathbf{B} - \mathbf{A}$
- $\mathbf{A}$ ಯು ಒಂದು ವರ್ಗಮಾತೃಕೆಯಾದರೆ$\mathbf{A} + \mathbf{A}^{\mathbf{I}}$ ಒಂದು ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ ಆಗಿರುವುದು.
- $\mathbf{A}$ ಯು ಒಂದು ವರ್ಗಮಾತೃಕೆಯಾದರೆ $\mathbf{A} - \mathbf{A}^{\mathbf{I}}$ ಒಂದು ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ ಆಗಿರುವುದು.
- ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮ : ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದರೆ,ಮೊದಲ ಮಾತೃಕೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡನೆಯ ಮಾತೃಕೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು.
- $\mathbf{A}$ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು $m \times n$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿಯು $n \times p$ ಆದರೆ $\mathbf{AB}$ ಯ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದರ ಶ್ರೇಣಿ $m \times p$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- $\mathbf{A}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}$ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ $(\mathbf{AB})^{\mathbf{I}} = \mathbf{B}^{\mathbf{I}}\mathbf{A}^{\mathbf{I}}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- $\mathbf{A}$ ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆ ಮತ್ತು ಅನನ್ಯ ಮಾತೃಕೆ $\mathbf{I}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ $\mathbf{AI} = \mathbf{IA} = \mathbf{A}$ ಆಗಿರುವುದು.

ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು

- ಕ್ರಮಯೋಜನೆಯು ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಜೋಡಣೆ.
- ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಎಂದರೆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವ ಒಂದು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ.

- ^nP_r ಎಂದರೆ "n" ವಸ್ತುಗಳಿಂದ "r" ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಗಳು.
- ^nP_r ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ "n" ಮತ್ತು "r" ಗಳೆರಡೂ ಧನಾತ್ಮಕ(+) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. "r"ಎಂಬ ಅಂಶವು "n" ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕು ಅಥವಾ "n" ಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು , ಅಂದರೆ $r \leq n$
- ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲತತ್ವ : ಒಂದು ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು "m" ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು "n" ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದಾದರೆ ಈ ಎರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ "$m \times n$" ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು.
- $^nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1)$
- $^5P_3=5\times4\times3=60$, $^6P_4=6\times5\times4\times3=360$, $^8P_3=8\times7\times6=336$
- $^nP_1 = n$
- $^nP_2 = n(n-1)$
- $^nP_3= n(n-1)(n-2)$
- $^nP_4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$
- $^nP_n = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots\ldots3\times2\times1$
- ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಶ್ರೇಣಿಲಬ್ಧ ಅಥವಾ ಫ್ಯಾಕ್ಟೋರಿಯಲ್ n (n!) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots\ldots3\times2\times1$
- $10! = 10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 3628800$
- $9! = 9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 362880$
- $8! = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$
- $7! = 7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 5040$
- $6! = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$
- $5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$
- $4! = 4\times3\times2\times1 = 24$
- $3! = 3\times2\times1 = 6$
- $2! = 2\times1 = 2$
- $1! = 1$
- $0! = 1$
- $^nP_n=n!$ ಉದಾ : $^5P_5=5!$ $^4P_4=4!$
- $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- $\frac{n!}{(n-1)!} = n$ ಉದಾ : $\frac{8!}{7!} = 8$ $\frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{n}$ ಉದಾ : $\frac{7!}{8!} = \frac{1}{8}$
- $^nP_n={}^nP_{n-1}$ $^5P_5={}^5P_4=120$
- $^nP_0=1$ ಉದಾ: $^5P_0=1$, $^{100}P_0=1$

ವಿಕಲ್ಪಗಳು

- ವಿಕಲ್ಪವು ದತ್ತ ವಸ್ತುಗಳ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಆಯ್ಕೆ ಮಾತ್ರ.
- ^nC_r ಅಂದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ 'n' ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 'r' ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು.
- n ವಸ್ತುಗಳಿಂದ r ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ= n ವಸ್ತುಗಳಿಂದ r ವಸ್ತುಗಳ ಆಯ್ಕೆ × r ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.
- $^nP_r = {}^nC_r \times r!$
- $^nC_r = \frac{^nP_r}{r!}$ ಉದಾ : $^8C_3 = \frac{^8P_3}{3!} = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$

- $^{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$
- $^{n}C_{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$
- $^{n}C_{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$
- $^{n}C_{2} = \frac{n(n-1)}{2!}$
- $^{n}C_{1} = n$ ಉದಾ : $^{5}C_{1} = 5$ $^{100}C_{1} = 100$
- $^{n}C_{0} = 1$ ಉದಾ : $^{50}C_{0} = 1$ $^{2014}C_{0} = 1$
- $^{n}C_{n} = 1$ ಉದಾ : $^{10}C_{10} = 1$ $^{500}C_{500} = 1$
- $^{n}C_{r} \leq {}^{n}P_{r}$ ಉದಾ : $^{5}C_{3} = 10 \leq {}^{5}P_{3} = 60$
- $^{n}C_{r} = {}^{n}C_{n-r}$ ಉದಾ : $^{20}C_{12} = {}^{20}C_{8}$
- $^{n}C_{n-1} = n$ ಉದಾ : $^{100}C_{99} = 100$
- n ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : $^{n}C_{2} - n$ ಅಥವಾ $\frac{n(n-3)}{2}$

ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

- ಒಂದು ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ,ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ, ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ , ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅರ್ಥ ವಿವರಣೆ ಮಾಡುವುದು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ.
- ದತ್ತಾಂಶಗಳ ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಶಗಳ ಏರಿಳಿತಗಳ ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಳತೆಯನ್ನು "ಹರವು" ಎನ್ನುವರು.
- ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಾಸರಿ ಮೌಲ್ಯದಿಂದ ಎಷ್ಟರವರೆಗೂ ಹರಡಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು,ಹರವಿನ ಅಳತೆಯಾಗಿದೆ.
- ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿರುವ ಹರವಿನ ಅಳತೆಗಳು : 1) ವ್ಯಾಪ್ತಿ 2) ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ 3) ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ 4) ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ.
- ಚರಾಂಶಗಳಿಗೂ ಮತ್ತು ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆಗಳಿಗಿರುವ ವಿಸ್ತರಣೆಯ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು "ಪ್ರಸರಣೆಯ ವಿಚಲನೆ" ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.
- " ಪ್ರಸರಣ ವಿಚಲನೆ" ಯ ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲವು ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆಯಾಗುವುದು.
- ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರ σ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು.
- ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆಯು ಸರಾಸರಿಯಿಂದ ವಿಚಲನೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತದ ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲ ಆಗಿರುವುದು.
- ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ
  1. ಸರಾಸರಿ : $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$
  2. ಪ್ರಸರಣ ವಿಚಲನೆ : $\sigma^2 = \frac{\sum D^2}{N}$
  3. ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum D^2}{N}}$
- ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ
  1. ಸರಾಸರಿ : $\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$
  2. ಪ್ರಸರಣ ವಿಚಲನೆ : $\sigma^2 = \frac{\sum fD^2}{N}$
  3. ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{N}}$

- ಘಟ್ಟ ವಿಚಲನಾ ಕ್ರಮ ಅಥವಾ ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ಕ್ರಮ
- ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಊಹಿತ ಸರಾಸರಿ = ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶ.

  ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum D^2}{N} - \left(\frac{\sum D}{N}\right)^2}$
- ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
  1. ಸರಾಸರಿ : $\bar{X} = A + \frac{\sum fD}{N}$
  2. ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{N} - \left(\frac{\sum fD}{N}\right)^2}$
- ವರ್ಗಾಂತರ ಮತ್ತು ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
  1. ಸರಾಸರಿ : $\bar{X} = A + \left(\frac{\sum fD}{N}\right) \times i$
  2. ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{N} - \left(\frac{\sum fD}{N}\right)^2} \times i$
- ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕವು ಹರವಿನ ಒಂದು ಸಾಪೇಕ್ಷ ಅಳತೆ.
- ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕವನ್ನು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಶೇಕಡ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು
- ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಾನಕ ವಿಚಲನೆ ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ.
- ಇದು ಮೂಲಮಾನಗಳಿಂದ ಮುಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ.
- ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕವು ಸ್ಥಿರತೆ ಮತ್ತು ಅಸ್ಥಿರತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ.
- ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕ : $C.V = \left(\frac{\sigma}{\bar{X}}\right) \times 100$

ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ

- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮಹತ್ತರ ಘಾತವುಳ್ಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅಪವರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ,ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.
- ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ಘಾತದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕವನ್ನು ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಹಂತಗಳು :
  1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಘಾತಗಳ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.
  2. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಮೊದಲನೇ ಪದಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಸಹಾಪವರ್ತನವು ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದನ್ನು ಭಾಜಕವನ್ನಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.
  3. ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಬರುವವರೆಗೆ ಮುಂದುವರೆಸಬೇಕು.
  4. ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಭಾಜಕವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರದೆ ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದ್ದರೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.ಅಂದರೆ ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ : ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. : $A \times B = H \times L$
- ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಿಂದ ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮ.ಸಾ.ಅ.ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಉಳಿದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು : $L = \frac{A}{H} \times B$ ಅಥವಾ $L = A \times \frac{B}{H}$

ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿ

- ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ a,b ಮತ್ತು c ಗಳು ಮೂರು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಾಗಿರುವಾಗ a ಯನ್ನು b, b ಯನ್ನು c ಮತ್ತು c ಯನ್ನು a ನಿಂದಲೂ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದಾಗ ಬರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸಮವಿದ್ದರೆ,ಆಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ x,y ಮತ್ತು z ಗಳು ಮೂರು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಾಗಿರುವಾಗ x ಯನ್ನು y, y ಯನ್ನು z ಮತ್ತು z ಯನ್ನು x ನಿಂದಲೂ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದಾಗ ಬರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸಮವಿದ್ದರೆ,ಆಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು :
  1. $a+b+c$
  2. $a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$
  3. $x^2+y^2+z^2$
  4. $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$
- ಸಿಗ್ಮ ಸಂಕೇತ : ಬೀಜ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು"$\sum$" ಸಂಕೇತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು
  1. $a+b+c=\sum a$
  2. $a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)=\sum a(b+c)$
  3. $x^2+y^2+z^2=\sum x^2$
  4. $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)=\sum x^2(y-z)$
- $\sum$ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಹೊಂದಿದ , ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.
  1. $\sum ab=ab+bc+ca$
  2. $\sum ab(a-b)=ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$
  3. $\sum x(y^2+z^2)=x(y^2+z^2)+y(z^2+x^2)+z(x^2+y^2)$
  4. $\sum xy(x^2-y^2)=xy(x^2-y^2)+yz(y^2-z^2)+zx(z^2-x^2)$

ನಿಬಂಧಿತ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- ಚರಾಕ್ಷರದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ನಿಜವಾಗಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು "$\equiv$" ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುವರು.
- $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
- $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$
- $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- $(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$
- $(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+x^2(a+b+c)+x(ab+bc+ca)+abc$
- $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
- $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$
- $(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$
- $a^3+b^3=(a+b)(a^2+b^2-ab)$
- $a^3-b^3=(a-b)(a^2+b^2+ab)$
- $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
- $a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$
- ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನಿಬಂಧಿತ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳೆನ್ನುವರು.
- $a+b+c=0$ ಆದರೆ $a^3+b^3+c^3=3abc$
- $x+y+z=0$ ಆದರೆ $x^3+y^3+z^3=3xyz$

ಕರಣಿಗಳು

- ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಮೂಲವನ್ನು ಕರಣಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಕರಣಿಗಳು ಹ್ರಸ್ವೀಕೃತರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಮತ್ತು ಸಮಕರಣೀಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ಸಮರೂಪ ಕರಣಿಗಳು.
- ಸುಲಭರೂಪದಲ್ಲಿ ಕರಣಿಯ ಕ್ರಮಗಳು ಹಾಗೂ ಕರಣೀಯಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಅಸಮರೂಪ ಕರಣಿಗಳನ್ನುವರು.
- ಸಮರೂಪಕರಣಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬಹುದು.
- ಅಸಮರೂಪ ಕರಣಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕರಣಿಗಳ ನಡುವೆ $+$ ಅಥವಾ $-$ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಬೇಕು.
- ಒಂದೇ ಕ್ರಮದ ಕರಣಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಬಹುದು.
- ಕರಣಿಗಳನ್ನು $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ನಿಯಮದಂತೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವುದು.
- ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ರಮದ ಕರಣಿಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಮೊದಲು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕರಣಿಗಳ ಕ್ರಮಗಳು ಒಂದೇ ಆಗುವಂತೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಅನಂತರ $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಿಸಬಹುದು.
- ಒಂದು ಕರಣಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಕರಣಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಕರಣಿಗಳ ಅಕರಣೀಕರಣ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಆಗ ಆ ಕರಣಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕರಣಿಗೆ ಅಕರಣಿಕಾರಕವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ಕರಣಿಗಳ ಬೈಜಿಕ ಮೊತ್ತವನ್ನು ದ್ವಿಪದ ಕರಣಿಯೆನ್ನುವರು ಅಥವಾ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಪರಿಮಾಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಏಕಪದ ಕರಣಿಯ ಮೊತ್ತವೂ ದ್ವಿಪದ ಕರಣಿ ಆಗುತ್ತದೆ.
- ಛೇದವನ್ನು ಅಕರಣೀಕರಿಸಿ ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವಾಗ ಛೇದದ ಅಕರಣೀಕಾರಕ (ಸಂಯುಗ್ಮಿ) ದಿಂದ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

- ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದದ ಘಾತ 1 ಮಾತ್ರ ಆಗಿರುವ ಸಮೀಕರಣವು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಸರಳ ಸಮೀಕರಣವು ಒಂದೇ ಒಂದು ಮೂಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದದ ಘಾತ 2 ಆಗಿರುವ ಸಮೀಕರಣವು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ.
- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದವು ಘಾತ 2 ನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮೀಕರಣವು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ.
- $ax^2 + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಯಾವುದೇ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. a ಮತ್ತು c ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು $a \neq 0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಶುದ್ಧ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶರೂಪ : $ax^2 + c = 0$
- ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದವನ್ನು ಘಾತ 2 ಹಾಗೂ ಘಾತ 1 ಎರಡರಲ್ಲೂ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮೀಕರಣವು ಮಿಶ್ರ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಆಗಿರುವುದು.
- a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $a \neq 0$ ಆಗಿರುವ $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣವು ಆದರ್ಶ ರೂಪದ,ಮಿಶ್ರ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಮಿಶ್ರ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶರೂಪ : $ax^2 + bx + c = 0$
- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶರೂಪ : $ax^2 + bx + c = 0$
- $a = 0$ ಆದರೆ $ax^2 + bx + c = 0$ ಯು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ.
- $b = 0$ ಆದರೆ $ax^2 + bx + c = 0$ ಯು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ.
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು : $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಸೆಯನ್ನು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು b^2-4ac ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ.
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ : $\Delta=b^2-4ac$
- ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು Δ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಶೋಧಿಸುತ್ತದೆ. Δ ವು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಶೋಧಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- $\Delta=b^2-4ac=0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ಸಮ
- $\Delta=b^2-4ac>0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ.
- $\Delta=b^2-4ac<0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ಸಮ್ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಿಗೂ,ಅವುಗಳ ಪದಗಳ ಸಹಾಪವರ್ತನಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ
  - ❖ $ax^2+bx+c=0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು m ಮತ್ತು n ಆದರೆ , ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $m+n=\frac{-b}{a}$ ಮತ್ತು ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $mn=\frac{c}{a}$
- ದತ್ತ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು : m ಮತ್ತು n ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಾದರೆ ಆಗ ಆ ಸಮೀಕರಣವು x^2–(ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ)x+ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ=0
  $x^2-x(m+n)+mn=0$
- ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಪರವಲಯ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಮಾಡ್ಯುಲೋ ಗಣಿತ

- ಸರ್ವಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : $a\equiv b($ ಮಾಡ್ $m)$

  $=>(a-b)\equiv 0$ (ಮಾಡ್ m)

  $=>(a-b)$ ನ್ನು m ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ $(a-b)$ ಯು m ನ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಆಗಿರುತ್ತದೆ
- ಮಾಡ್ಯುಲೋ ಅವಶೇಷಗಳು : ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವು 0,1,2,3,4 ಆಗಿರುವುದು.ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ m. ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವು 0,1,2,3................(m–1) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿರುತ್ತದೆ
- ಮಾಡ್ಯುಲೋ "m"ನ ಅವಶೇಷಗಳ ಗಣವನ್ನು Z_m={0,1,2,3,..............(m-1)}ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.
- ಕೇಲಿ ಕೋಷ್ಟಕವು ಮಾಡ್ಯುಲೋ ಗಣಿತ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
- ಸಂಕಲನದ ಕೇಲಿ ಕೋಷ್ಟಕ :

$\oplus_3$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

ಗುಣಾಕಾರದ ಕೇಲಿ ಕೋಷ್ಟಕ :

$\otimes_3$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ – ರಚನೆಗಳು

- ವೃತ್ತ : ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಬಿಂದುವಿನ ಪಥ.
- ಪರಿಧಿ : ವೃತ್ತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿರುವ ಆವೃತ ರೇಖೆಯ ಅಳತೆ
- ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ : ಸ್ಥಿರಬಿಂದು
- ತ್ರಿಜ್ಯ: ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ.
- ಜ್ಯಾ : ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ.
- ವ್ಯಾಸ : ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾ.
- ಕಂಸ : ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗ.
- ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಯಾವುದೇ ಜ್ಯಾಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸಮ ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಲಘು ವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಅಧಿಕಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವುವು.
- ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಗಳು ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು
- ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕೇಂದ್ರಗಳುಳ್ಳ ವೃತ್ತಗಳು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳು.
- ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು.
- ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕೇವಲ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನೆಳೆಯಬಹುದು..
- ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ನೇರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕ.
- ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉಭಯ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕ.
- ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ : $t = \sqrt{d^2 - r^2}$
- ನೇರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ : $t = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$
- ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ : $t = \sqrt{d^2 - (R + r)^2}$

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು :

- ಒಂದೇ ಆಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು ಸಮರೂಪ ವಸ್ತುಗಳು.
- ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಗಳ 1) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ,2) ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆಗ ಅವು ಸಮರೂಪ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- a ಮತ್ತು b ಗಳ ಪ್ರಮಾಣವು c ಮತ್ತು d ಗಳ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ a, b, c ಮತ್ತು d ಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a:b = c:d$ ಅಥವಾ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
- ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಅತಿ ಮುಖ್ಯ.
- ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಥೇಲ್ಸನ ಪ್ರಮೇಯ : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

- ಥೇಲ್ಸ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯು ಮೂರನೆಯ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಥೇಲ್ಸ ಪ್ರಮೇಯದ ಉಪಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರಮೇಯ 1 : ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನಿಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರಮೇಯದ 1 ರ ವಿಲೋಮ : ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ , ಆಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನಿಯಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಕರ್ಣವು ಮತ್ತೊಂದು 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ,ಅದರ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹು ಇನ್ನೊಂದರ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದರ ಅನುರೂಪ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ,ಅವು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರಮೇಯ 2 : ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರಮೇಯ 2 ರ ವಿಲೋಮ : ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ,ಅವುಗಳು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಜೋಡಿ ಎತ್ತರಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಮಧ್ಯರೇಖೆ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಪರಿವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

- ಪ್ರಮೇಯ 3 : ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.
- ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾದರೆ,ಆಎರಡು ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು :
  1. $\mathbf{3,4,5 \quad => \quad 3^2+4^2=5^2 \quad => \quad 9+16=25}$
  2. $\mathbf{6,8,10 \quad => \quad 6^2+8^2=10^2 \quad => \quad 36+64=100}$
  3. $\mathbf{5,12,13 \quad => \quad 5^2+12^2=13^2 \quad => \quad 25+144=169}$
  4. $\mathbf{8,15,17 \quad => \quad 8^2+15^2=17^2 \quad => \quad 64+225=289}$
  5. $\mathbf{12,16,20 => 12^2+16^2=20^2 \quad => \quad 144+256=400}$
  6. $\mathbf{7,24,25 \quad => \quad 7^2+24^2=25^2 \quad => \quad 49+576=625}$

- ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ವಿಶ್ಲೇಷಕ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ನೀಡಿದವರು : ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು

- ಒಂದು ವರ್ಗದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು x ಮೀ ಇದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ : $x\sqrt{2}$ ಮೀ
- ಒಂದು ವರ್ಗದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು 8 ಮೀ ಇದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ : $8\sqrt{2}$ ಮೀ
- ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣದ $x\sqrt{2}$ ಮೀ ಇದೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ : x ಮೀ, ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ : $4x$ ಮೀ,ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : x^2 ಚ.ಮೀ
- ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣದ $10\sqrt{2}$ ಮೀ ಇದೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ : 10 ಮೀ, ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ : 40 ಮೀ,ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ :100 ಚ.ಮೀ
- "ತೈತ್ತಿರೀಯ ಸಂಹಿತೆ" ಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಒಂದು ಸೂತ್ರ : $39^2 = 36^2 + 15^2$

ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳು

- ಪ್ರಮೇಯ 4: ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದರೆ,ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದಾಗ, ಕೇಂದ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು ಆ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದು. $d = R + r$
- ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಅಂತಃ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದಾಗ, ಕೇಂದ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು ಆ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದು. $d = R -$
- ಪ್ರಮೇಯ 5 : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು, 1) ಸಮವಾಗಿಯೂ 2) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯೊಡನೆ ಸಮವಾದ ಕೋನವನ್ನು ಮತ್ತು 3) ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮವಾದ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ

- ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಿತದ ಒಂದು ಭಾಗ. ಇದರಲ್ಲಿ ಸರಳರೇಖೆಯ ಉದ್ದಳತೆ ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯಬಹುದು.
- ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತದ 2 ಭಾಗಗಳು : ಸಮತಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ, ಘನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ
- ಸಮತಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತವು ಎರಡು ಪರಿಮಾಣವುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ, ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.
- ಘನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತವು ಘನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.
- ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಚದರಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ
- ಘನಫಲವನ್ನು ಘನ ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ
- ಆಯತದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಆಯತ ಭ್ರಮಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಆಕೃತಿಯೇ ಸಿಲಿಂಡರ್
- ನೇರ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಲಕ್ಷಣಗಳು :
    - ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯು (ಸಿಲಿಂಡರ್) ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸಮತಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.
    - ಎರಡು ಸಮತಲ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈಯು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
    - ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸಮತಲಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
    - ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸಮತಲಗಳ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಅಕ್ಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
    - ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳೂ ತನ್ನ ಅಕ್ಷದಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
    - ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸಮತಲಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಆ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ತ್ರಿಜ್ಯ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ವಿಧಗಳು : ಟೊಳ್ಳಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ , ಘನ ಸಿಲಿಂಡರ್

- ಟೊಳ್ಳಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ ಮಾತ್ರ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಉದಾ : ಕೊಳವೆ.
- ಘನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸಮತಲ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾ : ತೋಟದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ರೋಲರ್
- ಸಿಲಿಂಡರ್ (ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ) ಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 2\pi rh$
- ಸಿಲಿಂಡರ್ (ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ) ಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದದ ಪರಿಧಿ × ಎತ್ತರ
- ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 2\pi r(r + h)$
- ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ : $V = \pi r^2 h$
- ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವು ಪರಿಭ್ರಮಿಸಿದರೆ ಉಂಟಾಗುವ ಆಕೃತಿಯೇ ಶಂಕು.
- ಶಂಕುವಿನ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು :
  - ಶಂಕುವಿನ ಪಾದವು ವೃತ್ತಾಕಾರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
  - ಶಂಕುವಿನ ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು ಓರೆ ಎತ್ತರ ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ ಶೃಂಗಬಿಂದು.
  - ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿಧಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
  - ಶಂಕುವಿನ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪಾದದ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಶಂಕುವಿನ ನೇರ ಎತ್ತರ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಪಾದದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿಗೂ ಮತ್ತು ಅದರ ಶೃಂಗಬಿಂದುವಿಗೂ ಇರುವ ದೂರವೇ ಓರೆ ಎತ್ತರ
- ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = \pi rl$
- ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ ×ಪರಿಧಿ×ಎತ್ತರ
- ಶಂಕುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = \pi r(r + l)$
- ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
- ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ : $\frac{1}{3}$ × ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ
- ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ : 3 × ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ
- ನೇರ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ : $h = \sqrt{l^2 - r^2}$
- ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ ತಿರುಗಿಸಿದಾದ ಉಂಟಾಗುವ ಘನಾಕೃತಿಯೇ ಗೋಳ.
- ಗೋಳದ ಲಕ್ಷಣಗಳು :
  - ಗೋಳವು ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.
  - ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳೂ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ನಿಯತ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.
  - ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರದ ನಡುವಿನ ದೂರವು ಆ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದು ಸಮತಲವು ಗೋಳವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವೂ ಅರ್ಧಗೋಳ.
- ಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 4\pi r^2$
- ಗೋಳದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 4\pi r^2$
- ಗೋಳದ ಘನಫಲ : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 2\pi r^2$
- ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : $A = 3\pi r^2$
- ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ : $V = \frac{2}{3}\pi r^3$

ಸ್ಕೇಲ್ ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ (ಪ್ರಮಾಣ ನಕ್ಷೆ)

- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}\times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ = $\frac{1}{2}\times \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{h}$
- ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ $\times$ ಎತ್ತರ $\times$ (ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ) = $\frac{1}{2}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$
- ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೆಕ್ಟೇರ್ ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಹೆಕ್ಟೇರ್ = **10,000** ಚ.ಮೀ.

ಘನಾಕೃತಿಗಳು

- ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಆಕೃತಿಯೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ.
- ಸಮನಾದ ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಯೇ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ
- ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಚಕ್ರೀಯವಾಗಿವೆ.
- ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳು ಮತ್ತು ಬಹುಭುಜಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಬಹುಮುಖ ಘನಾಕೃತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಬಹುಮುಖ ಘನಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಮುಖಗಳು ಸರ್ವಸಮ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಮುಖ ಘನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ
- ಕೇವಲ 5 ವಿಧದ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಮುಖ ಘನಗಳಿವೆ.
  - 1. ಚತುರ್ಮುಖ ಘನ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
  - 2. ಷಣ್ಮುಖ ಘನ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖ ಚೌಕ.
  - 3. ಅಷ್ಟಮುಖ ಘನ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.
  - 4. ದ್ವಾದಶ ಮುಖ ಘನ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖ ನಿಯಮಿತ ಪಂಚಭುಜ.
  - 5. ವಿಂಶತಿ ಘನ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.
- ನಿಯಮಿತ ಬಹುಮುಖ ಘನಗಳನ್ನು ಪ್ಲೇಟೋನಿಕ್ ಘನಾಕೃತಿಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
- ಬಹುಮುಖ ಘನಗಳಿಗೆ ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ : $\mathbf{F}+\mathbf{V}=\mathbf{E}+\mathbf{2}$, ಇಲ್ಲಿ **F** = ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, **V** = ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ., **E** = ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಜಾಲಗಳು

- ಜಾಲ : ಬಿಂದುಗಳ ಗಣ ಮತ್ತು ಆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೊತೆ ಜೊತೆಯಾಗಿ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಜಾಲ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳು : ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ರೇಖೆಯಾದರೂ ಆರಂಭಗೊಂಡಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ತಲುಪಿದ್ದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವನ್ನು ಜಾಲದ *ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು* ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಜಾಲದ ಕಂಸಗಳು : ಜಾಲದಲ್ಲಿನ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೊತೆ ಜೊತೆಯಾಗಿ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಅದರ ಕಂಸಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ವಲಯಗಳು : ಕಂಸಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು (*ಹೊರಗಿನ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಸೇರಿ*) ವಲಯ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಕಂಸವು ಸರಳರೇಖೆ ಆಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ವಕ್ರರೇಖೆಯಾಗಿರಬಹುದು.
- ಯಾವುದೇ ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಿಲ್ಲದ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಆ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವುದೇ ಪಥವು ಹೊರಡುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಬಂದು ಸೇರುವುದಿಲ್ಲ.
- ಒಂದು ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯ ತುದಿಯನ್ನು ಕಾಗದದಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಮ್ಮೆ ಎಳೆದ ಕಂಸವನ್ನು ಮತ್ತೆ ತಿದ್ದದೆ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಪಾರವಾಹಕ ಜಾಲ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

- ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮ : ಒಂದು ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಗೊಳ್ಳುವ ಅಥವಾ ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ಕಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಸುರುಳಿ : ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದೇ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಕಂಸವನ್ನು ಸುರುಳಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಸುರುಳಿಯ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮ : 2
- ಒಂದು ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮವು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ,ಅದನ್ನು ಸಮ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮವು ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ,ಅದನ್ನು ಬೆಸ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ರಮ 1 ಆದರೆ , ಅದನ್ನು 1–ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು, ಕ್ರಮ 2 ಆದರೆ , ಅದನ್ನು 2–ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು, ಕ್ರಮ 3 ಆದರೆ , ಅದನ್ನು 3–ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು,ಹಾಗೂ ಕ್ರಮ $\mathbf{n}$ ಆದರೆ , ಅದನ್ನು n–ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಪಾರವಾಹಕತೆಗೆ ಆಯ್ಲರನ ಪರಿಹಾರ : ಆಯ್ಲರನ ಪ್ರಕಾರ ಒಂದು ಜಾಲವು ಪಾರವಾಹಕವಾಗಬೇಕಾದರೆ,
    - ಅದರಲ್ಲಿ ಸಮ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳು ಮಾತ್ರ ಇರಬೇಕು.
    - ಅದರಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಎರಡೇ ಎರಡು ಬೆಸ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳಿರಬೇಕು.
    - ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಸ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳಿದ್ದರೆ ಅದು ಪಾರವಾಹಕವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
- ಒಂದು ಜಾಲದ ಸಂಖ್ಯಾಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಆ ಮೊತ್ತವು ಆ ಜಾಲದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳ ಕ್ರಮಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಅದೇ ಜಾಲದ ಕಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
- ಜಾಲಗಳಿಗೆ ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ : $\mathbf{N + R = A + 2}$, ಇಲ್ಲಿ $\mathbf{N}$= ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $\mathbf{R}$ = ವಲಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ , $\mathbf{A}$ = ಕಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.